

العنوان:	التقدير الحصين لمعلمة الموقع في حالة المتغير الواحد (Univariate)
المصدر:	المجلة العراقية للعلوم الإحصائية
الناشر:	جامعة الموصل - كلية علوم الحاسوب والرياضيات
المؤلف الرئيسي:	الجبوري، شلال حبيب
مؤلفين آخرين:	محمود، إيهاب عبدالسلام(م. مشارك)
المجلد/العدد:	5ع
محكمة:	نعم
التاريخ الميلادي:	2003
الصفحات:	39 - 52
رقم MD:	866514
نوع المحتوى:	بحوث ومقالات
قواعد المعلومات:	EcoLink
مواضيع:	التقدير الحصين
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/866514

التقدير الحصين لمعلمة الموقع في حالة المتغير الواحد (Univariate)

شلال حبيب الجبوري*
ايهاب عبدالسلام محمود**

الملخص

ان تقدير معلمة الموقع له اهمية كبرى في الاستدلال والتحليلات الاحصائية، حيث من خلاله يتم تمثيل مجموعة من القيم بقيمة واحدة فقط تعطي صورة واضحة وسريعة عن طبيعة البيانات المراد دراستها. وكما هو معروف فان الطرائق الاحصائية عموما وطرائق التقدير خصوصا يجب ان تستند الى بيانات دقيقة وسليمة كي يتم الحصول على ادق النتائج، ولكن في اغلب الاحيان فان البيانات تحتوي على بعض الاخطاء التي تؤدي من ثم الى احتواء هذه البيانات على القيم الشاذة، في هذه الحالة فان طرائق التقدير الكلاسيكية تتيزر امام وجود مثل هذه القيم لذا فقد عني الباحثون باتباع الطرائق الحصينة لتقليل تاثيرات الشذوذ، وعليه كان هدف البحث هو دراسة بيانات واقعية لمتغير (سرعة تخثر الدم) ومتغير (عدد كريات الدم البيضاء) فيما اذا كانت تحتوي على قيم شاذة ومن ثم اتباع بعض الطرائق الحصينة لتقدير معلمة الموقع لكل متغير واقتراح اسلوب معين للمقارنة بين هذه الطرائق لمعرفة ايها اعطت افضل النتائج، وقد وجد ان البيانات كانت تحتوي على قيم شاذة وان قيمة (Med) اعطت ادق تقدير وفقا للبيانات المدروسة.

Robust Estimator for Location Parameter Cases of (Univariate)

ABSTRACT

The estimate of parameter location is very important in inference and statistical analysis, because through it group of values represented in one value only to give a clear and quick picture on the nature of data that we want to study, and it is known that the statistical methods in general and special estimate methods should depend on accurate and right data to get strict results, but in most cases the data contain some of mistakes

* استاذ

** مدرس مساعد/ كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة الكوفة

which results in containing this data on the outliers, in this case the classical estimate methods collapse in front of the existence of such values so the researchers concern in following immune methods to reduce the abnormal effects so the aim of this research is to study variable (E.S.R. and W. B. C.) if contain outliers and apply some of Robust methods to estimate parameter location and suggest a specific for the comparison between these methods to know which give the best results and we find that the data contains outliers and Median value which gave accurate estimation according to studied data.

1-المقدمة

ان لمعلمة الموقع Location Parameter اهمية كبرى في الاستدلال والتحليل الاحصائي والتي من خلالها يمكن تمثيل مجموعة من البيانات بقيمة واحدة (او بموجه vector من القيم في حالة متعدد المتغيرات) لتسهيل عملية البحث، غير ان هذه القيمة تكون مجبولة عادة، لذا فانه يتم تقديرها على وفق اسلوب معين وحسب طبيعة البيانات وتوزيعها. ان الطرائق الكلاسيكية للتقدير تنهار امام وجود القيم الشاذة (outliers) وخاصة عندما تكون كمية الشذوذ كبيرة، لذا فقد اتبع الباحثون اسلوبين لمعالجة هذه المشكلة هما: اكتشاف القيم الشاذة وتعديلها ومن ثم اتباع الطرائق الكلاسيكية للتقدير. والاسلوب الاخر هو اتباع طرائق الحصينة للتقدير (Robust Estimation Methods) (تحصينة اصطلاح استخدمه لأول مرة Box عام 1953) التي تمتاز بكفاءتها العالية لتقليل تأثير القيم الشاذة بحيث تجعل مستويات الثقة تقترب للمستوى الحقيقي او على الاقل تكون في جانب الامان. ان افضل تقدير حصين هو الذي تكون نقطة انهياره (50%) واذما ازداد عن هذه النسبة يصعب في مثل هذه الحالة تمييز أي المشهدة جيدة واي منها شاذة.

2-هدف البحث

ان هدف البحث يتركز حول دراسة بيانات واقعية عن سرعة تخثر الدم وعند كريات الدم البيضاء واكتشاف القيم الشاذة فيها ومن ثم اتباع بعض الطرائق الحصينة لتقدير معلمة الموقع واعتماد معيار مفاضلة لبيان أي من الطرائق الحصينة اعطت افضل تقدير.

3- الجانب النظري

ان بيانات أي مجتمع موضوع على بساط البحث قد تحتوي على بعض القيم الغريبة (الشاذة). ومن البديهي فان وجود مثل هذه القيم يؤدي الى ضعف دقة النتائج وبذلك تكون هذه النتائج غير واقعية وغير مرضية، لذا ولتحسين دقة هذه النتائج يفضل اتباع طرائق معينة لاكتشاف مثل هذه القيم وتشخيصها ومعالجة وجودها اما بحذفها او تعديلها ان امكن او اتباع احدى الطرائق الحصينة، وفي هذا البحث سيتم اتباع الطرائق الحصينة بعد ان يتم اكتشاف القيم الشاذة.

يوجد عند كبير من الطرائق لاكتشاف القيم الشاذة وطرائق التقدير الحصينة، ولكن سيتم اتّرق الى واحدة فقط من طرائق الاكتشاف والى عدد من الطرائق الحصينة مع ذكر الاسلوب المقترح الذي يستعمل معياراً للمقارنة بين الطرائق الحصينة.

طريقة رسم الصندوق والقطع الشعرية Box & Whisker Plot

وهي الطريقة التي اكتشفها Tukey والتي تستخدم بصورة واسعة لاكتشاف القيم

الشاذة المتعددة في حالة المتغير الواحد وحسب الخطوات الاتية:

i- يتم ترتيب البيانات تصاعدياً

ii- بحسب الوسيط

iii- بحسب الربع الادنى Q_1 والربع الاعلى Q_2 ثم بحسب انتشار الربعين (H. Spread).

$$H. Spread = Q_3 - Q_1 \quad (1.3)$$

iv - تحسب الخطوة (Step)

$$Step = 105 (Q_3 - Q_1) \quad (2.3)$$

v- يحدد السياج الداخلي (Inner Fences) حسب الصيغتين الاتيتين:

$$Q_1 - Step$$

$$Q_3 + Step$$

vi - يحدد السياج الخارجي (Outer Fences) حسب الصيغتين الاتيتين:

$$Q_1 = 2 * \text{Step}$$

$$Q_3 = 2 * \text{Step}$$

ويتم تشخيص القيم كالآتي:

- القيم الشاذة: وهي القيم التي تقع بين حدود السياج الداخلي والخارجي
 - قيم الشاذة البعيدة (Far Outliers): وهي القيم التي تقع خارج حدود السياج الخارجي
- أما أحد الطرائق الحصينة فهي:

1- انزسيط Median

وهو أحد المقدرات الحصينة المتبعة لتقدير معلمة الموقع، يمثل قيمة المشاهدات التي ترتيبها $[(n+1)/2]$ في حالة كون عدد مفردات العينة فرديا بعد أن ترتب تصاعديا أو تنازليا، أما في حالة كون عدد المفردات زوجيا فإن الوسيط يمثل الوسط الحسابي للمشاهدتين اللتين ترتيبهما $(n/2P)$ و $(n/2+1)$.

2- انزسط الحسابي المشذب Trimmed-Mean

إن هذه الطريقة تهدف إلى حذف المشاهدات المتطرفة في الصغر أو الكبر فإذا افترضنا أن عدد المشاهدات المتطرفة في الصغر هو (r) وأن عدد المشاهدات المتطرفة في الكبر هو (s) فإن حجم العينة الجديد المشذب سيصبح $(n - r - s)$ وأن الوسط المشذب هو:

$$\bar{X}_r = (X_{(r+1)} + \Lambda + X_{(n-s)}) / (n - r - s) \quad (3.3)$$

وهذا أسلوب آخر وهو إبدال القيم المتطرفة في الصغر (r) بأقرب قيمة لها وهي القيمة ذات الترتيب $(r-1)$ (بعد ترتيب البيانات تصاعديا) والقيم المتطرفة في الكبر (s) بأقرب قيمة لها وهي القيمة ذات الترتيب $(n-s)$ فعندئذ يتم الحصول على الوسط الحسابي الذي يطلق عليه (Winsorized Mean) حسب الصيغة الآتية:

$$\bar{X}_w = (rX_{(r+1)} + X_{(r+1)} + \Lambda + X_{(n-s)} + sX_{(n-s)}) / n \quad (4.3)$$

ولكن غالبا ما يكون $(r=s)$ عندئذ تصبح المعادلة (3.3) كالآتي:

$$\bar{X}_t = (X_{(r+1)} + \Lambda - X_{(n-r)}) / (n - 2r) \quad (5.3)$$

هذا اذا كانت (r) عدداً صحيحاً اما اذا كانت (r) عدد غير صحيح ونمكن $r=m+f$ حيث ان (m) عدد صحيح و $(0 < f < 1)$ فان \bar{X}_t يحسب كالآتي:

$$\bar{X}_t = ((1-f)X_{(m-1)} + X_{(m+2)} + \Lambda + X_{(n-m-1)} + (1-f)X_{(n+m)}) / (n - 2r) \quad (6.3)$$

اما المعادلة (4.3) فتصبح كالآتي:

$$\bar{X}_w = (rX_{(r+1)} + X_{(r-1)} + \Lambda - X_{(n-r)} + rX_{(n-r)}) / n \quad (7.3)$$

وان \bar{X}_w لا تتغير صيغته سواء كانت (r) عدداً صحيحاً ام غير صحيح. ويلاحظ انه اذا كانت $(r=0)$ فان \bar{X}_t و \bar{X}_w سيمثل كل منهما الوسط الحسابي. وعندما (r) تمثل $(1/4)$ المشاهدات فان الوسط المشذب \bar{X}_t يطلق عليه متوسط الوسيط (Mid Mean) وهو الذي سيستخدمه في التطبيق.

3- مقرر Utts & Hettmansperger

وهو احد المقدرات الحصينة لتقدير معلمة الموقع والذي يعتمد على حساب معدلات وولش (Walsh Averages) ويتم ايجاده كالآتي:

1- ترتيب البيانات تصاعدياً

2- حساب معدلات وولش حسب الصيغة (8.3):

$$W_{ij} = \frac{X_i + X_j}{2} \quad 1 \leq i \leq j \leq n \quad (8.3)$$

ويتم من خلالها ايجاد $n(n+1)/n$ من المعدلات

3- تشذيب (Trimming) معدلات وولش التي لا تحقق المعادلة الآتية:

$$T = (W_{ij} : 0 \leq j - i \leq (1 - v)n) \quad (9.3)$$

حيث ان $0 < v < 1$

4- بعد ترتيب معذلات وولش تصاعديا فان التقدير الحصين يحسب كالآتي:

$$\hat{\theta} = \begin{cases} W_{ij} & \text{وسيط } v=0 \\ X_i & \text{وسيط } v=1 \\ \text{وسيط المجموعة المشذبة لمعدلات وولش} & \text{O.W} \end{cases} \quad (10.3)$$

وحيث انه اذا كانت ($v=0.3$) فان نقطة الانهيار ستكون (50%) وعليه فيتم اعتماد هذه القيمة في التطبيق.

4- مقدر المربعات المشذبة الصغرى Least Trimmed Square Estimator

لايجاد التقدير الحصين يتم اتباع ما يأتي

1- ترتيب البيانات تصاعديا

2- تجزئة العينة الى ($n-h+1$) من العينات الجزئية وحجم كل عينة جزئية هو (h) على وفق الاسلوب الآتي:

$$(X_{(1)}, \dots, X_{(h)}), (X_{(2)}, \dots, X_{(h+1)}), \dots, (X_{(n-h+1)}, \dots, X_{(n)})$$

وحيث ان

$$h = n/2 + 1 \quad (11.3)$$

3- حساب متوسط مربعات الانحرافات للعينات الجزئية ومجموعها.

4- ان مقدر المربعات المشذبة الصغرى (LTS) يقابل المتوسط لاصغر مجموع مربعات الطريقة المقترحة

ان مجموع مربعات الانحرافات عن المقدر هو احد معايير المفاضلة في التحليلات الاحصائية، وعليه فان الطريقة المقترحة تعتمد بالدرجة الاساسية على هذا المعيار بعد ان يتم ترتيب البيانات بطريقة خاصة وكما يأتي:

- 1- يتم ترتيب البيانات تصاعدياً
 - 2- يتم تقسيم البيانات الى ثلاثة اقسام: القسم الاول يحتوي على الربع الاول من البيانات والقسم الثاني يحتوي على نصف البيانات اما القسم الثالث فيحتوي على الربع الاخير من البيانات.
 - 3- حساب مجموع انحرافات القيم المطلقة للقسم الثاني من البيانات عن القيم التي يتم تقديرها على وفق كل طريقة.
 - 4- اختيار اصغر مجموع للانحرافات ليمثل افضل طريقة للتقدير.
- ان هذا الاسلوب يستند الى ان بيانات الربعين الاول والاخير هي عادة يمكن ان تضم قيماً متطرفة في الصغر والكبر على التوالي لذا فان وجودها يؤثر سلباً في نتائج المقارنة في حين ان القسم الثاني والذي يحتوي على نصف البيانات يعطي افضل مؤشر للمقارنة كون قيمه اصبحت نقية.

4- الجانب التطبيقي

ان نتائج التحليلات الطبية تصاحبها بعض الاخطاء التي تسبب في وجود القيم الشاذة نتيجة تجاوزها النسب الطبيعية داخل جسم الانسان والتي ينتج عنها بعض الامراض او نتيجة لاختلاف في كيفية اجراء التحليلات او نقل النتائج وكما ذكر سابقاً بان الطرائق الكلاسيكية تنهار امام وجود مثل هذه القيم لتقدير معلمة الموقع، لذا فقد تمت دراسة احد الامراض التي تصيب الانسان وهو التهاب العظم عند الاطفال (Osteomyelitis) حيث ان احد العوامل الرئيسية لتشخيص هذا المرض تعتمد على تحليل دم الطفل المصاب ويشمل على حساب سرعة تخثر الدم (E.S.R) وعدد كريات الدم البيضاء (W.B.C).

سيتم تطبيق الطريقة التي تم ذكرها في الجانب النظري لاكتشاف القيم الشاذة لكل متغير على حدة ولعينة ذات حجم (15) طفلاً ومن ثم اتباع الطرائق الحصينة لتقدير معلمة الموقع واتباع الاسلوب المقترح في الجانب النظري للمقارنة بين الطرائق الحصينة. ان بيانات العينة المدروسة موضحة في الجدول رقم (1).

الجدول (1): بيانات سرعة تخثر الدم (E.S.R) وعند كريات الدم البيضاء (W.B.C).

W.B.C	E.S.R	ت
5000	10	.1
6000	10	.2
6000	12	.3
12000	15	.4
30000	100	.5
30000	65	.6
10000	15	.7
18000	25	.8
20000	25	.9
8000	13	.10
55000	120	.11
25000	55	.12
15000	20	.13
8000	15	.14
12000	20	.15

لتطبيق طريقة اكتشاف القيم الشاذة لكل متغير يتم حساب المؤشرات الضرورية وتحديد السياج الداخلي والخارجي وكما ورد في الجانب النظري.
 يتم ترتيب البيانات تصاعديا وكما موضح في الجدول (2).

الجدول (2): بيانات (E.S.R) و (W.B.C) بعد ترتيبها تصاعديا

W.B.C	E.S.R	ت
5000	10	.1
6000	10	.2
6000	12	.3
8000	13	.4
12000	15	.5
10000	15	.6
8000	15	.7
15000	20	.8
12000	20	.9
18000	25	.10
20000	25	.11
25000	55	.12
30000	65	.13
30000	100	.14
55000	120	.15

ان المؤشرات الخاصة بالمتغير (E.S.R) هي:

$$\text{Med (E.S.R)} = 20$$

$$Q1 = 13$$

$$Q3 = 55$$

$$\text{H. Spread} = 42$$

$$\text{Step} = 63$$

ان القيمتين الدنيا والعليا للسياج الداخلي هما (-50، 118) على التوالي، وان القيمتين الدنيا والعليا للسياج الخارجي هما (-113، 118) على التوالي.

أما المؤشرات الخاصة بالمتغير (W.B.C) فهي:

$$\text{Med (W.B.C)} = 12000$$

$$Q_1 = 8000$$

$$Q_3 = 25000$$

$$\text{H. Spread} = 17000$$

$$\text{Step} = 25500$$

ان القيمتين الدنيا والعليا للسياج الداخلي هما (50500، -17500) على التوالي، وان القيمتين الدنيا والعليا للسياج الخارجي هما (76000، -43000) على التوالي.

وبمقارنة بيانات كل متغير مع حدود السياج المناظر له، نجد ان اخر قيمة من كل متغير هي قيمة شاذة، وعليه فسيتم اتباع الطرائق الحصينة لتقدير معلمة الموقع.

1- الوسط: تم حسابه مسبقا

2- الوسط الحسابي المشذب:

$$r = \frac{n}{4} = 3.75$$

وسيمت اتباع الصيغتين (6.3) و (7.3) لتقدير (Tri Mean) و ((Win Mean على التوالي لكل من (W.B.C) و (E.S.R) وكالاتي:

$$(E.S.R)_i = 20$$

$$(E.S.R)_w = 27$$

$$(W.B.C)_i = 14000$$

$$(W.B.C)_w = 15000$$

3- Utt & Hettmansperger

ان عدد معدلات (Walsh) التي يتم حسابها على وفق الصيغة (8.3) هو

$$\left(\frac{15(15+1)}{2} = 120 \right) \text{ وتُشذب معدلات وولش التي لا تحقق الصيغة (9.3) وهي:}$$

$$T = \{W_{ij} : 0 < j-i < (1-.3)15\}$$

وبذلك يكون عدد معدلات وولش التي تم تشذيبها هو (10) وعدد معدلات وولش المشذبة

(المعتبة) هو (110) وبترتيبها تصاعديا يتم ايجاد الوسيط وقد كان مقداره لكل من (E.S.R)

و (W.B.C) كالاتي:

$$(E.S.R)_{\text{Walsh}} = 20$$

$$(W.B.C)_{\text{Walsh}} = 14500$$

LTS -4

تم ايجاد حجم العينة الجزئية على وفق الصيغة (11.3) فكانت (H=S) ويكون هناك (15-8+1=8) من العينات الجزئية لكل من (E.S.R) و (W.B.C) وكما موضح في الجدولين (3) و (4) على التوالي:

الجدول (3): نتائج طريقة LTS للمتغير (E.S.R)

العينات الجزئية								
الاولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة	السابعة	الثامنة	
10	10	12	13	15	15	15	20	
10	12	13	15	15	15	20	20	
12	13	15	15	15	20	20	25	
13	15	15	15	20	20	25	25	
15	15	15	20	20	25	25	55	
15	15	20	20	25	25	55	65	
15	20	20	25	25	55	65	100	
20	20	25	25	55	65	100	120	
14	15	17	19	24	30	41	54	
75.5	88	134.9	156	1237.5	2550	6321.9	10587.5	
							مجموع مربعات	
							انحرافات القيم	

الجدول (4): نتائج طريقة (LTS) للمتغير (W.B.C)

العينات الجزئية								
الاولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة	السابعة	الثامنة	
5000	6000	6000	8000	8000	10000	12000	12000	
6000	6000	8000	8000	10000	12000	12000	15000	
6000	8000	8000	10000	12000	12000	15000	18000	
8000	8000	10000	12000	12000	15000	18000	20000	
8000	10000	12000	12000	15000	18000	20000	25000	
10000	12000	12000	15000	18000	20000	25000	30000	
12000	12000	15000	18000	20000	25000	30000	30000	
12000	15000	18000	20000	25000	30000	30000	55000	
8375	9625	11125	12875	15000	17750	20250	25625	
5187500	71875000	110875000	138875000	226000000	341500000	381500000	1289875000	
							مجموع	
							مربعات	
							انحرافات القيم	

LTS -4

تم ايجاد حجم العينة الجزئية على وفق الصيغة (11.3) فكانت $(H=S)$ ويكون هناك $(8=1+8+15)$ من العينات الجزئية لكل من $(E.S.R)$ و $(W.B.C)$ وكما موضح في الجدولين (3) و (4) على التوالي:

الجدول (3): نتائج طريقة LTS للمتغير $(E.S.R)$

العينات الجزئية								
الاولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة	السابعة	الثامنة	
10	10	12	13	15	15	15	20	
10	12	13	15	15	15	20	20	
12	13	15	15	20	20	25	25	
13	15	15	15	20	25	25	25	
15	15	15	20	20	25	25	55	
15	15	20	20	25	25	55	65	
15	20	20	25	25	55	65	100	
20	20	25	25	55	65	100	120	
14	15	17	19	24	30	41	54	المتوسط
75.5	88	134.9	156	1237.5	2550	6321.9	10587.5	مجموع مربعات انحرافات القيم

الجدول (4): نتائج طريقة (LTS) للمتغير $(W.B.C)$

العينات الجزئية								
الاولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة	السابعة	الثامنة	
5000	6000	6000	8000	8000	10000	12000	12000	
6000	6000	8000	8000	10000	12000	12000	15000	
6000	8000	8000	10000	12000	12000	15000	18000	
8000	8000	10000	12000	12000	15000	18000	20000	
8000	10000	12000	12000	15000	18000	20000	25000	
10000	12000	12000	15000	18000	20000	25000	30000	
12000	12000	15000	18000	20000	25000	30000	30000	
12000	15000	18000	20000	25000	30000	30000	55000	
8375	9625	11125	12875	15000	17750	20250	25625	المتوسط
5187500	7187500	11087500	13887500	22600000	34150000	38150000	128987500	مجموع مربعات انحرافات القيم

ان اصغر مجموع لمربعات الانحرافات للمتغير (E.S.R) هو للعينة الجزئية الاولى وبذلك فان:

$$(E.S.R)_{LTS} = 14$$

وان اصغر مجموع لمربعات الانحرافات للمتغير (W.B.C) هو للعينة الجزئية الاولى وبذلك فان:

$$(W.B.C)_{LTS} = 8375$$

ولاختيار افضل تقدير من هذه التقديرات ستم تجزئة البيانات بصورة تقريبية بحيث نحصل على (7) مشاهدات لكل متغير وهي:

W.B.C	E.S.R
8000	15
10000	15
10000	15
12000	15
12000	20
12000	20
18000	25
20000	25

يتم بعد ذلك ايجاد مجموع الانحرافات المطلقة بين هذه البيانات والقيم التي تم تقديرها وفق كل طريقة، والنتائج موضحة في الجدول (5).

LTS	Walsh	Win	Tri	Med	\bar{X}	
37	25	54	25	25	103	مجموع الانحرافات المطنتة (E.S.R)
36500	25500	26000	25000	23000	29000	مجموع الانحرافات المطنتة (W.B.C)

ويلاحظ ان مجموع الانحرافات المطلقة الى Walsh ، Tri ، Med قد اعطت افضل النتائج بالنسبة الى المتغير (E.S.R) اما بالنسبة الى المتغير (W.B.C) فان القيمة التقديرية لـ Med اعطت افضل نتيجة وبصورة عامة يلاحظ ان (Med) اعطى افضل تقدير بالنسبة الى البيانات المدروسة، في حين يلاحظ ان الوسط الحسابي اعطى نتائج غير مرضية جدا كونه انهار امام وجود القيم الشاذة.

5- استنتاجات والتوصيات

1.5 استنتاجات

بالاعتماد على البيانات المدروسة فقد تم التوصل الى ما يأتي:

- 1- في حالة المتغير (E.S.R) وجد ان القيمة الاخيرة (بعد ترتيب البيانات تصاعدياً) 127 شاذة وفي حالة المتغير (W.B.C) كانت القيمة (55000) شاذة كونها يقعان بين حدود السياج الداخلي والخارجي لكل متغير.
- 2- في حالة المتغير (E.S.R) فان الطرائق الحصينة (Med) (Tri) ، (Walsh) اعطت ادق تقدير ممكن لمعلمة الموقع.
- 3- في حالة المتغير (W.B.C) فان (Med) اعطى ادق تقدير ممكن.
- 4- بصورة عامة يمكن اعتبار (Med) هو افضل مقدر لمعلمة الموقع بالنسبة الى البيانات المدروسة.

2.5 ترصيات

- 1- تباع عدد من الطرائق الحصينة الاخرى واجراء المقارنة مع ما تم التوصل اليه.
- 2- تباع نفس الطرائق السابقة لمتغيرات اخرى واجراء المقارنة.

المصادر

- 1- فائز، نبيلة عبد الهادي. (1998). "بعض التقديرات الحصينة لمعلمة الموقع في متعدد متغيرات مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- 2- Barnett, V. and Lewis, T. (1984). "Outliers in Statistical Data", Second Edition, Wiley, New York.
- 3- Keller, Gerald and Warrack Brian. (1977). "Statistics for Management and Economics", Fourth Ed., U.S.A.
- 4- Moore, D. S and McCabe, G. P. (1989). "Introduction to Practice of Statistics", U.S.A.
- 5- Rousseeuw, Peter J. (1984). "Least Median of Squares Regression", JASA, 79, 871-880